

不確実性を考慮した河川計画 について

中央大学理工学研究科都市環境学専攻
河川・水文研究室

助教 成 岱蔚

背景

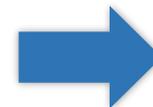
近年日本の大規模水害(2011-2015)

日時	名称等	概略
2015.9	平成27年9月関東・東北豪雨	関東、東北で記録的な大雨。鬼怒川が決壊、常総市が広域に渡り浸水被害。
2014.8	平成26年8月豪雨	西日本から東日本の広い範囲で大雨。京都府福知山で内水氾濫被害、広島で土砂災害。
2013.9	台風18号による大雨	四国地方から北海道の広範囲で大雨。京都府由良川が氾濫。
2012.7	平成24年7月九州北部豪雨	九州北部を中心に大雨。
2011.7	平成23年7月新潟・福島豪雨	新潟県や福島県会津で記録的な大雨。

近年、設計基準を超えた水害が頻発する

絶対に安全な設計はあり得ない

防災基準を超えた災害が発生する時の対応

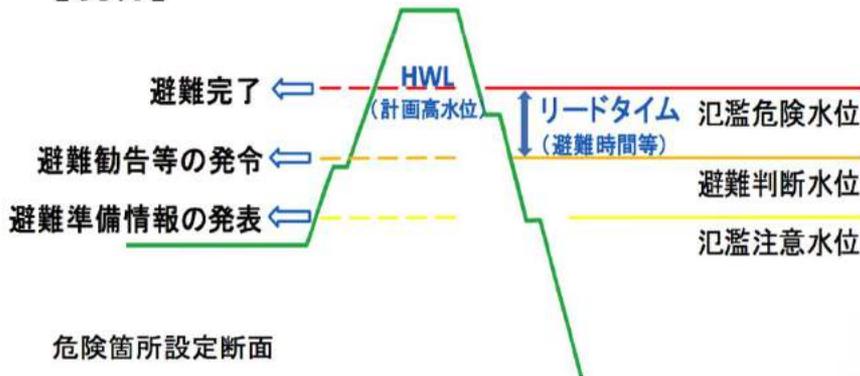


リスクマネジメント

背景

防災基準の設定

【現行】



氾濫危険水位：

- ・管理者の避難勧告等の発令の目安
- ・住民の避難判断の目安

避難判断水位：

- ・管理者の避難準備情報等の発令判断の目安
- ・住民の氾濫に関する情報への注意喚起

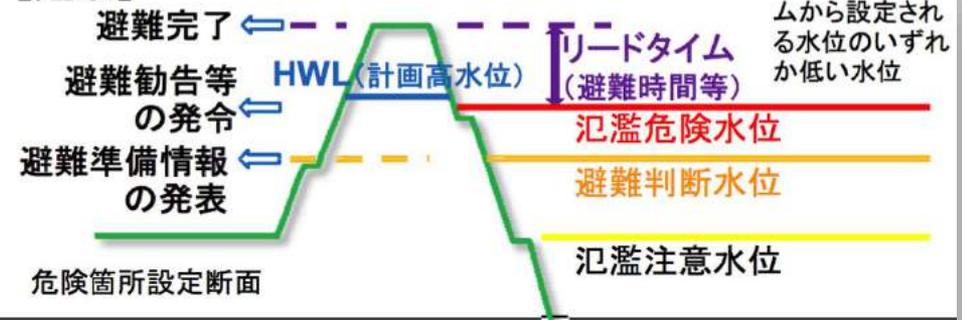
氾濫注意水位：

- ・水防団の出動の目安

天気予報→降水確率の浸透

内閣府「避難勧告等の判断・伝達マニュアル作成ガイドライン」(H17)の改訂(H25)を受けて、国土交通省は避難勧告等の発令判断の目安を「越水・浸透・侵食」に分けて設定(H26). H27から順次実施.

【越水】



【漏水・侵食】

漏水・侵食の監視を強化し、危険がある場合には、水位によらず対応

【漏水】



【侵食】



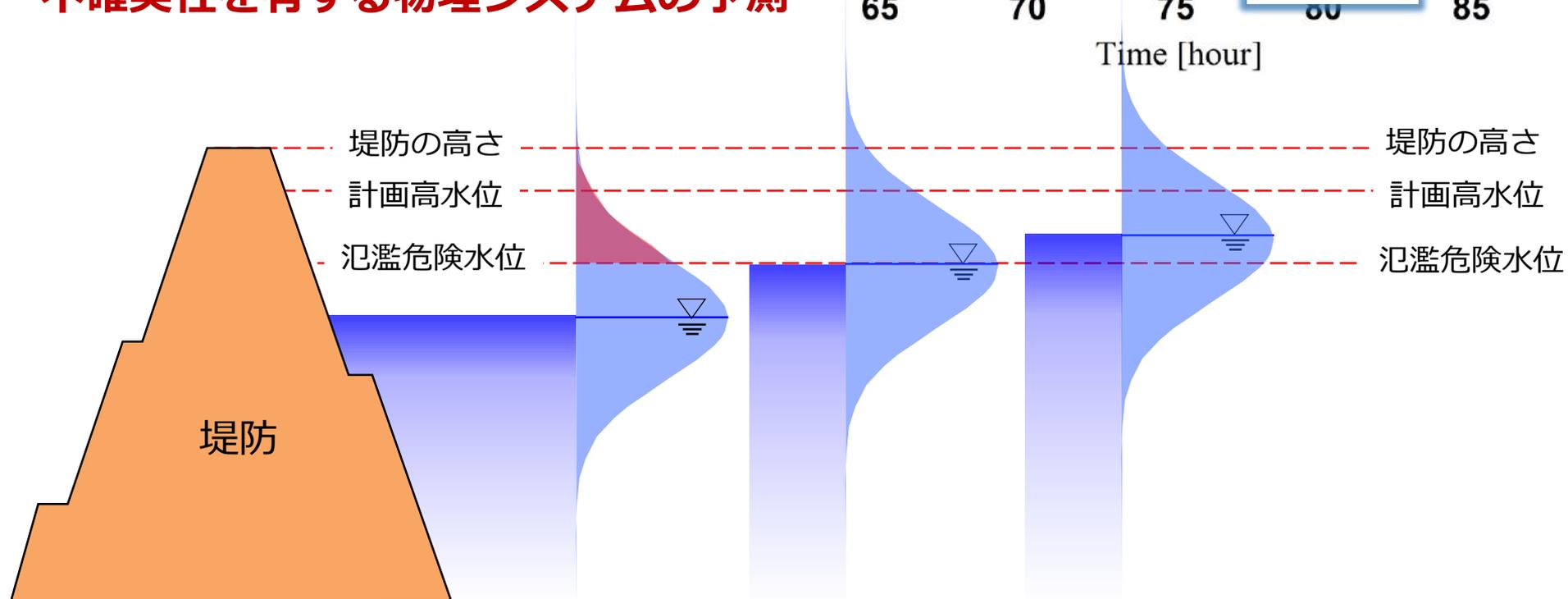
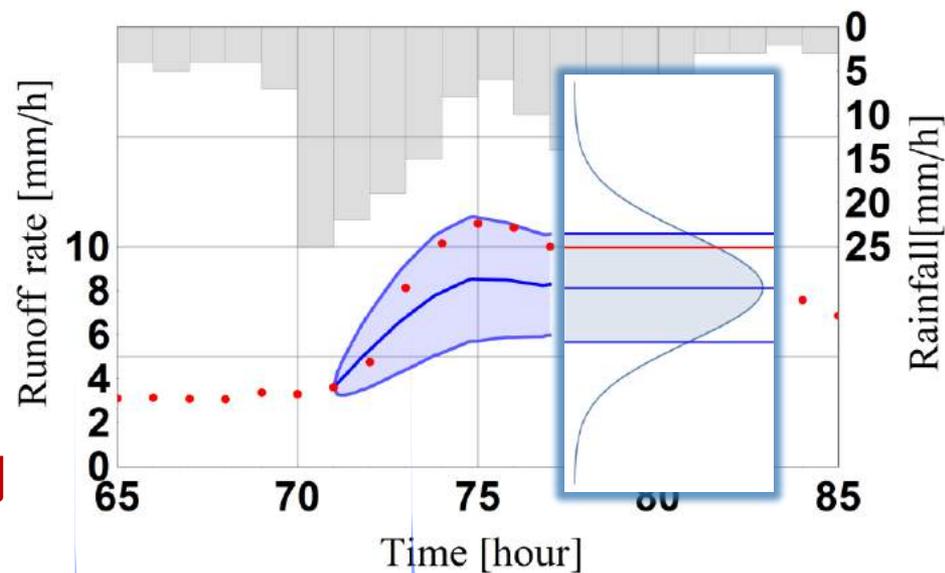
背景

河川水位の予報

リスク管理の中で最も重要な課題は被害が発生する確率を算定すること



不確実性を有する物理システムの予測



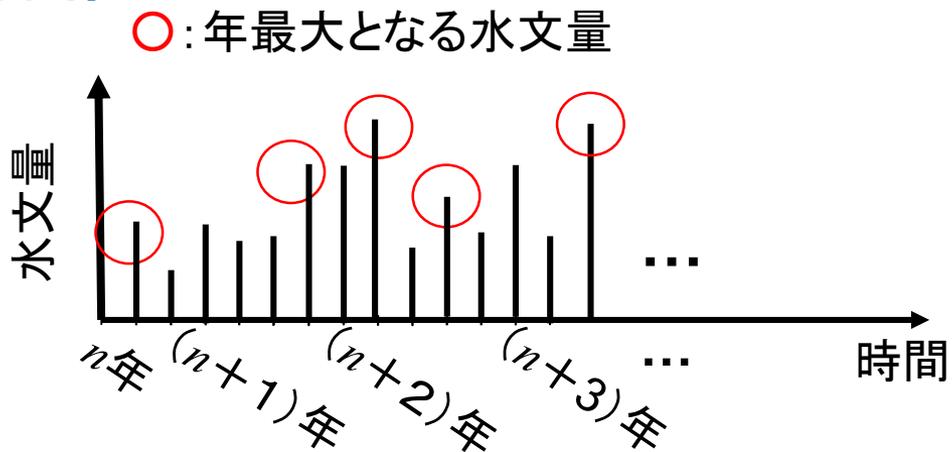
河川計画基準の数理的な基礎

水文頻度解析（極値統計）

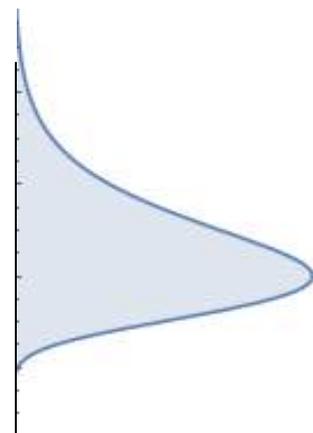
確率年：ある基準値 x_T を超える値が出現してから、再び、その基準値を超える値を超える観測値が出現するまでの平均期間。また、ある基準値 x_T を **T 年確率水文量**という。

確率年の定義

$$T(x_T) = \frac{1}{p}$$



図：水文量の時系列データ



極値分布

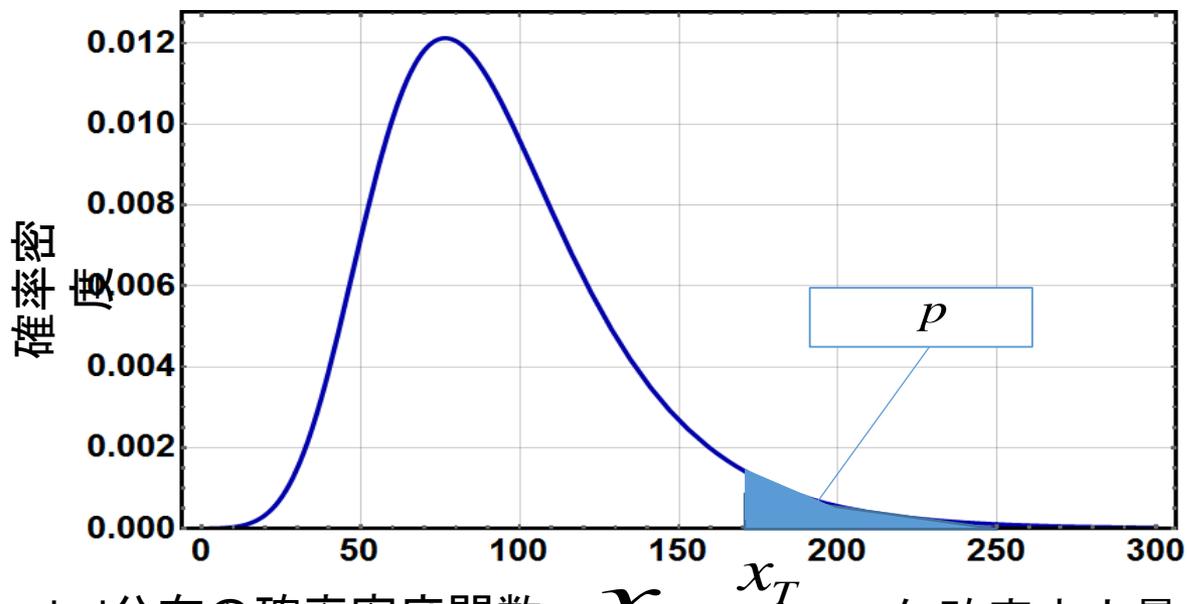
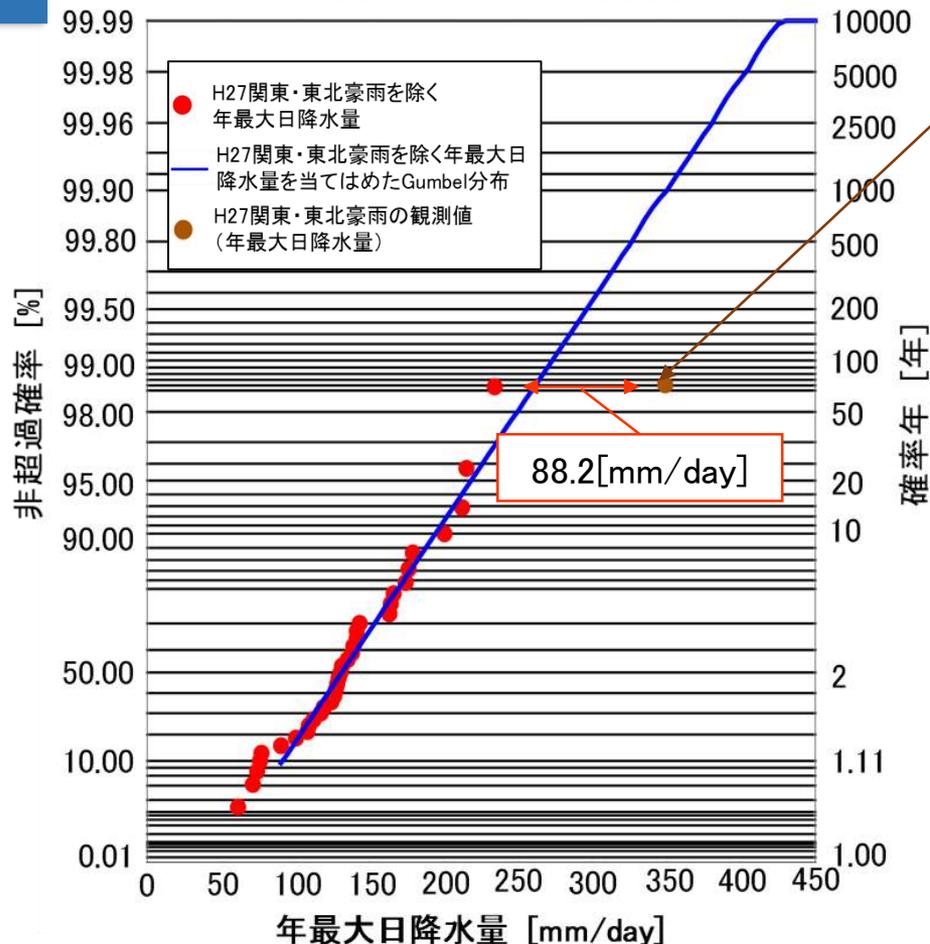


図 Gumbel分布の確率密度関数 x x_T T 年確率水文量

$T(x_T)$ ：確率年， x_T ： T 年確率水文量， p ： x_T の超過確率， x ：確率変数の実現値， $f(x)$ ：確率密度関数

河川計画基準の数理的な基礎

水文頻度解析における外挿問題



左図: 確率紙(年最大日降水量)

使用データ: 五十里観測所における36年間分の年最大日降水量
観測年数: 59年間(1957年~2015年)
年最大日降水量の観測値が欠測している年: 1957年~1977年, 2008年
確率紙には, H27関東・東北豪雨時の年最大日降水量を除いた35個の年最大日降水量から求めた経験分布及びこの経験分布から推定したGumbel分布, H27関東東北豪雨の観測値を記入.

平成27年9月関東・東北豪雨の観測値

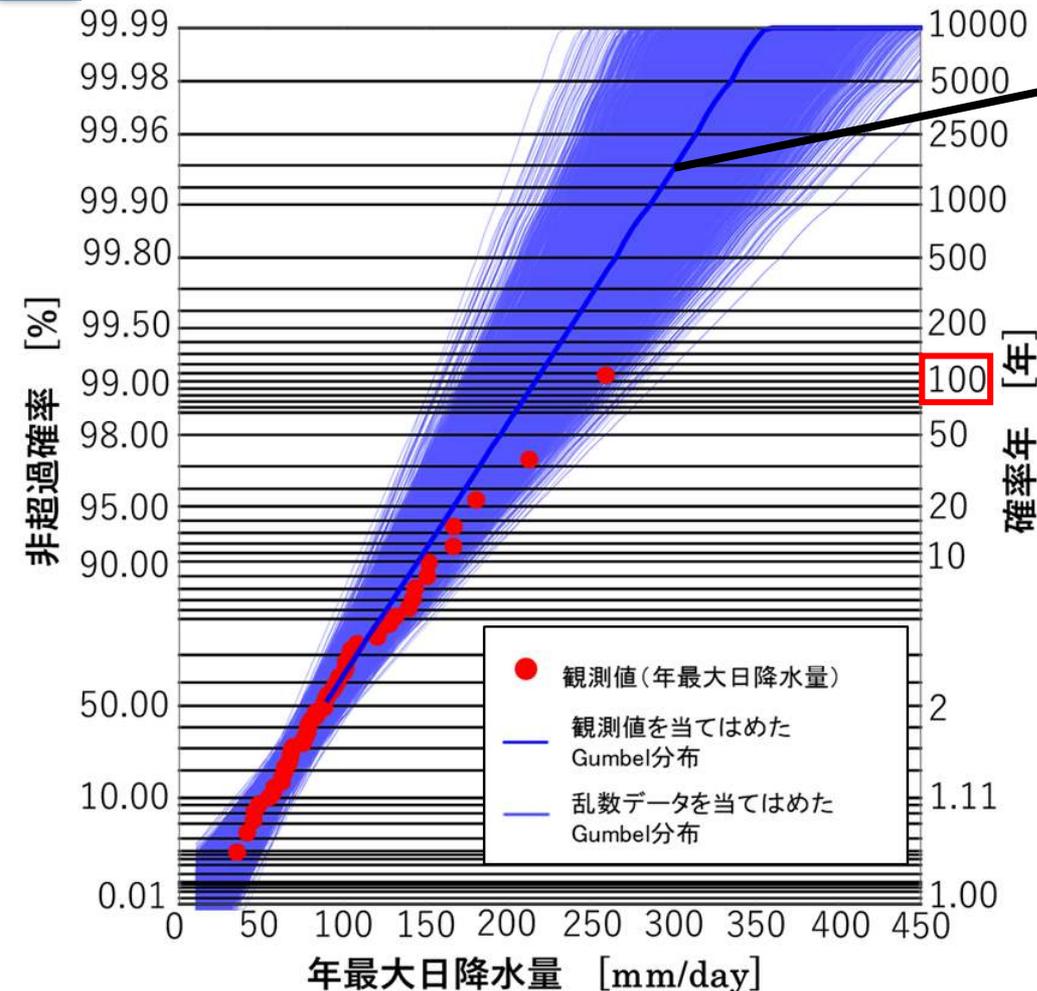
- ・記録的豪雨の観測値は, 採用した確率分布モデルから大きく外れることが多い.
→このような観測値は, “想定外”, “異常値”とみなされる場合が多い.
- ・データが蓄積され, 確率紙上の観測値の観測値の数が増えると, “想定外”とみなされてきた値の周辺に多くの観測値がプロットされることがある.



現代の水文統計学では, 観測値の少なさに基因して, ある豪雨イベントを想定外とみなすリスクを内在している.

水文頻度解析における外挿問題

サンプリングによる確率水文量の揺らぎ



実際に起きた事象に基づく
確率分布モデル

その他の経路は、実際に起きる
“可能性”があった事象を表す。

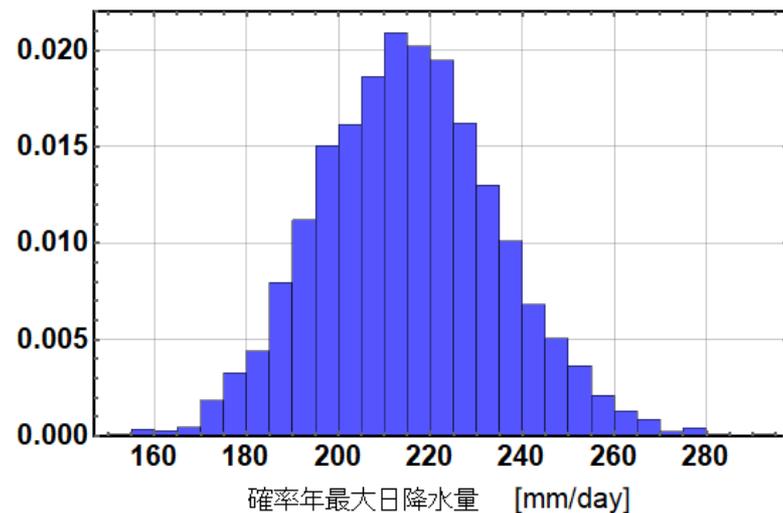


図 100年確率年最大日降水量の分布

実際に起きる可能性があった事象を考慮することで、確率水文量の分布を得ることができる。

信頼区間の導入

確率分布モデルの信頼区間

標本 $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ を当てはめた数理モデル(回帰曲線, 確率分布モデル等)を $Y(X)$ とする。このとき, $Y(X)$ の信頼区間は以下の式で表される。

$$P(L < Y(X) < U) \geq 1 - \alpha$$

U : 上側信頼限界値, L : 下側信頼限界値,
 α : 有意水準, $1-\alpha$: 信頼係数

このとき, 区間 $[L, U]$ を信頼係数 $1-\alpha$ の信頼区間という
※以降, $100(1-\alpha)[\%]$ 信頼区間と記述する。

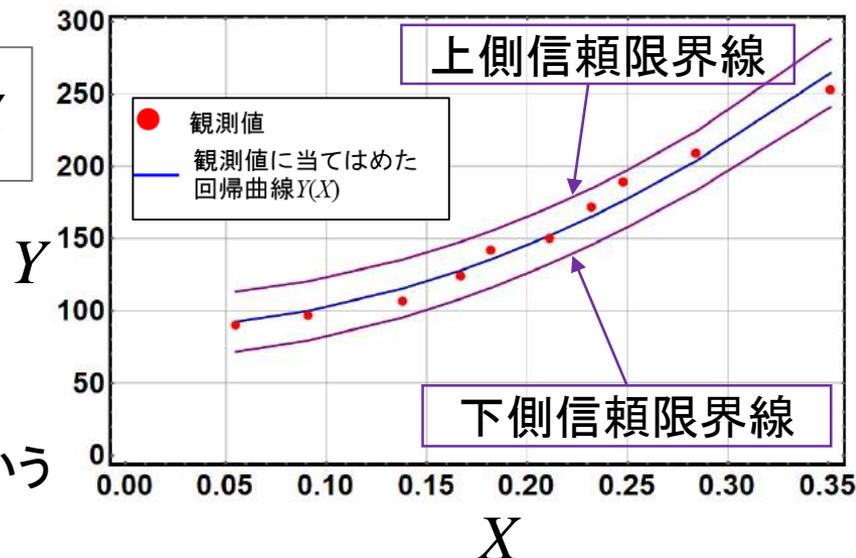


図 ある回帰曲線の95%信頼区間の一例

信頼区間の主な数学的性質

(1) 信頼区間の精度は使用データ数に依存する。

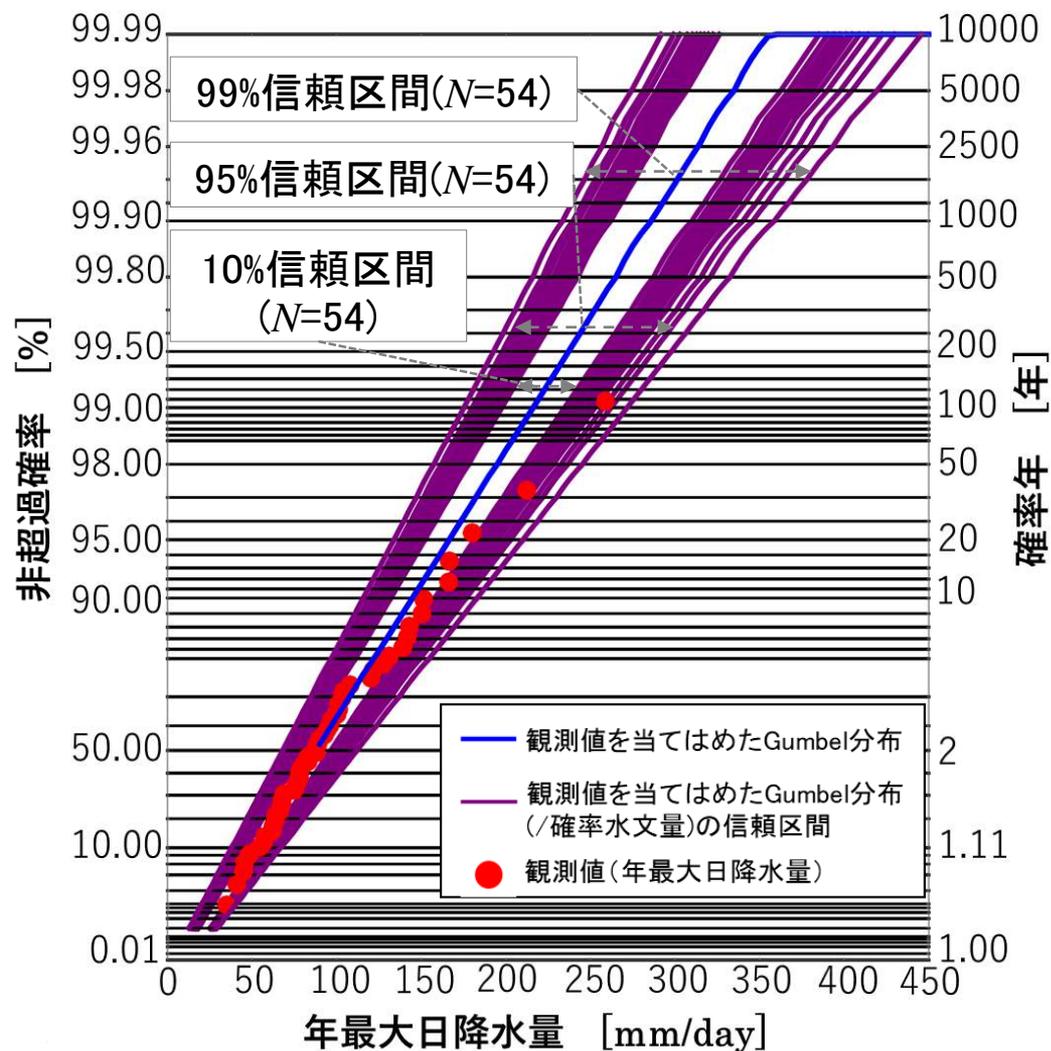
信頼区間は標本サイズ(観測値の総数)が大きいほど, 狭まり, 対象とする統計パラメータ(母平均, 母分散等)に対する推定の精度が向上する。

(2) 信頼係数と信頼区間の幅は背反の関係をもつ。

信頼係数を大きくすると, 信頼区間は広くなる。一方で, 信頼区間を狭くする場合, 信頼係数は小さくなる。

信頼区間の導入

確率限界法検定に基づく信頼区間の水文頻度解析への導入



確率限界法検定に基づく信頼区間を用いることで、「確率水文量はA%以上の確率でA%信頼区間内の値をとる。」という解釈が可能となる。
ここに、 $0 < A < 100$ である。

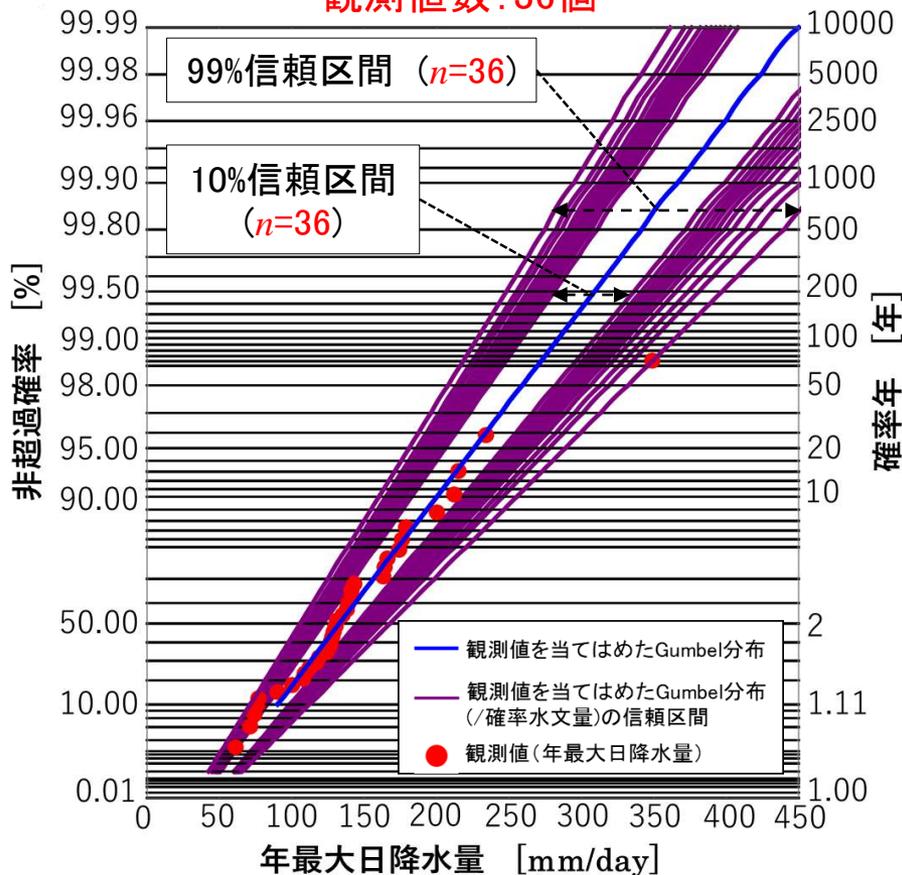
例: 95%信頼区間
同一の母集団から、大きさの等しい標本を何回も抽出したと想定する。それぞれの標本から当てはめたGumbel分布の95%以上が95%信頼区間に含まれる。

図 利根川水系八斗島観測所における54年間分の年最大日降水量[mm/day]及びこれら54個の値を当てはめたGumbel分布, 確率水文量の信頼区間

信頼区間の導入

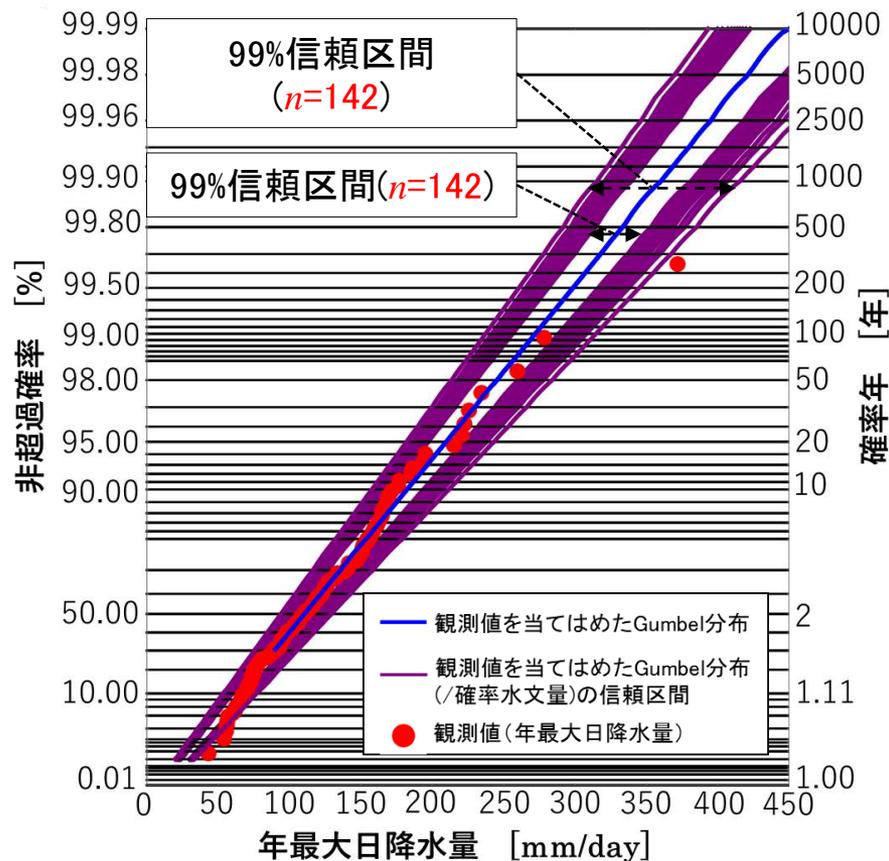
信頼区間と観測値数の関係

観測値数: 36個



利根川水系五十里観測所における36年間分の年最大日降水量[mm/day]を使用

観測値数: 142個



地上観測地点(東京)における142年間分の年最大日降水量[mm/day]を使用

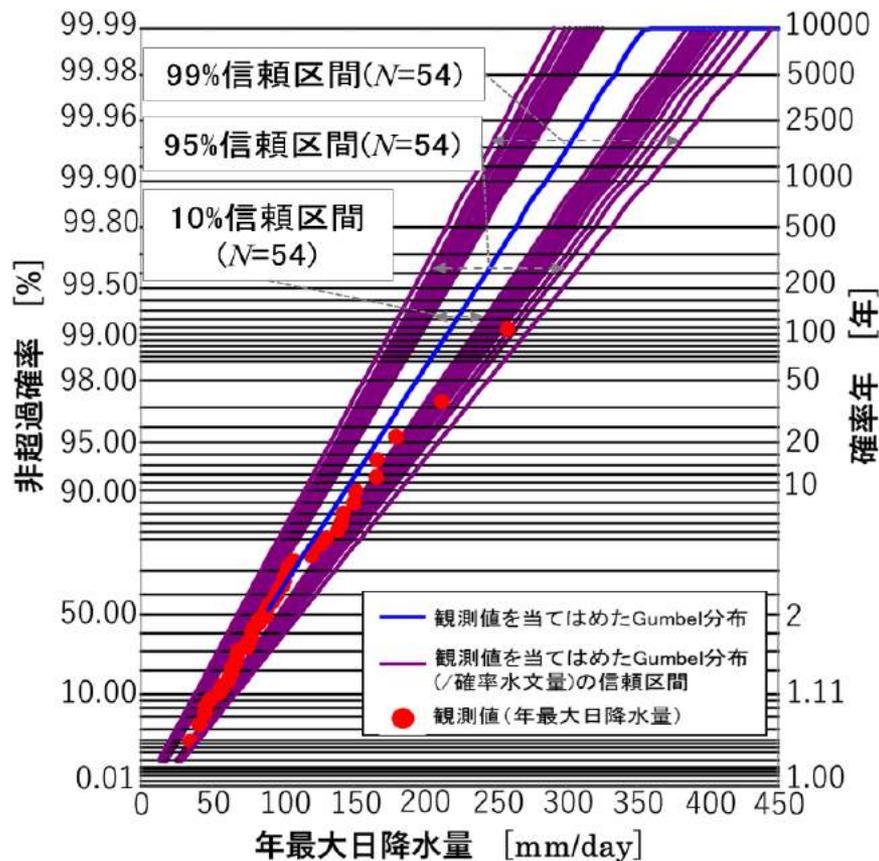
信頼区間の幅はデータ数に依存する。

観測値数が多いほど、信頼区間は狭まり、推定の精度が向上する。

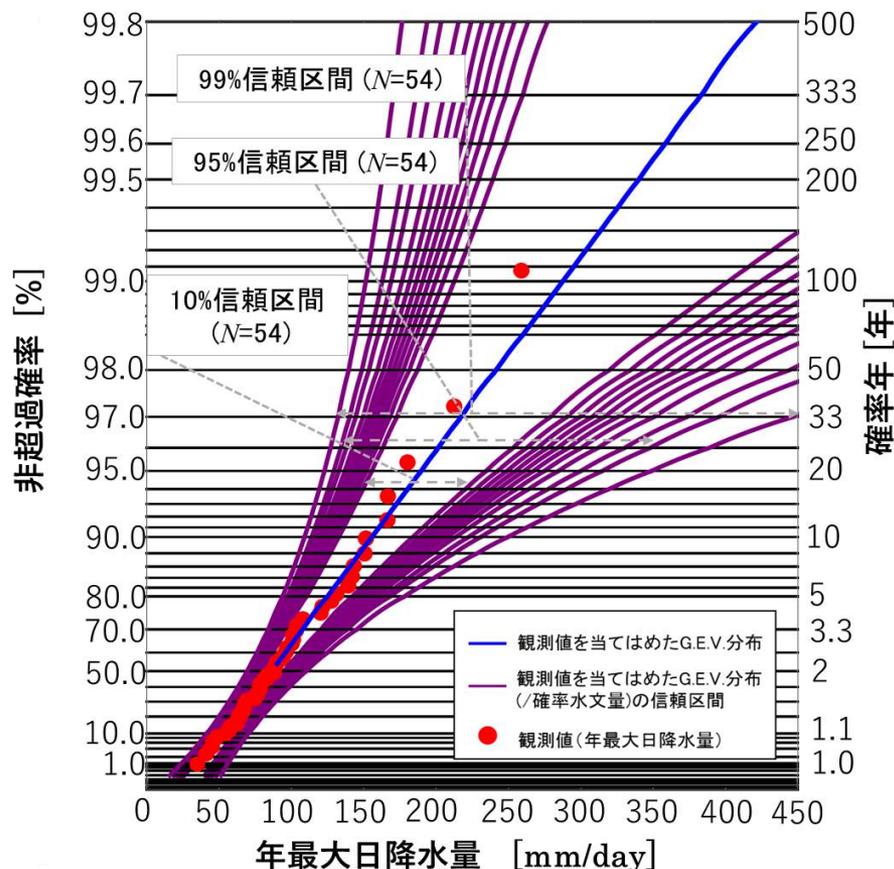
信頼区間の導入

確率分布モデルと信頼区間の関係

Gumbel分布を採用した場合



一般化極値分布を採用した場合



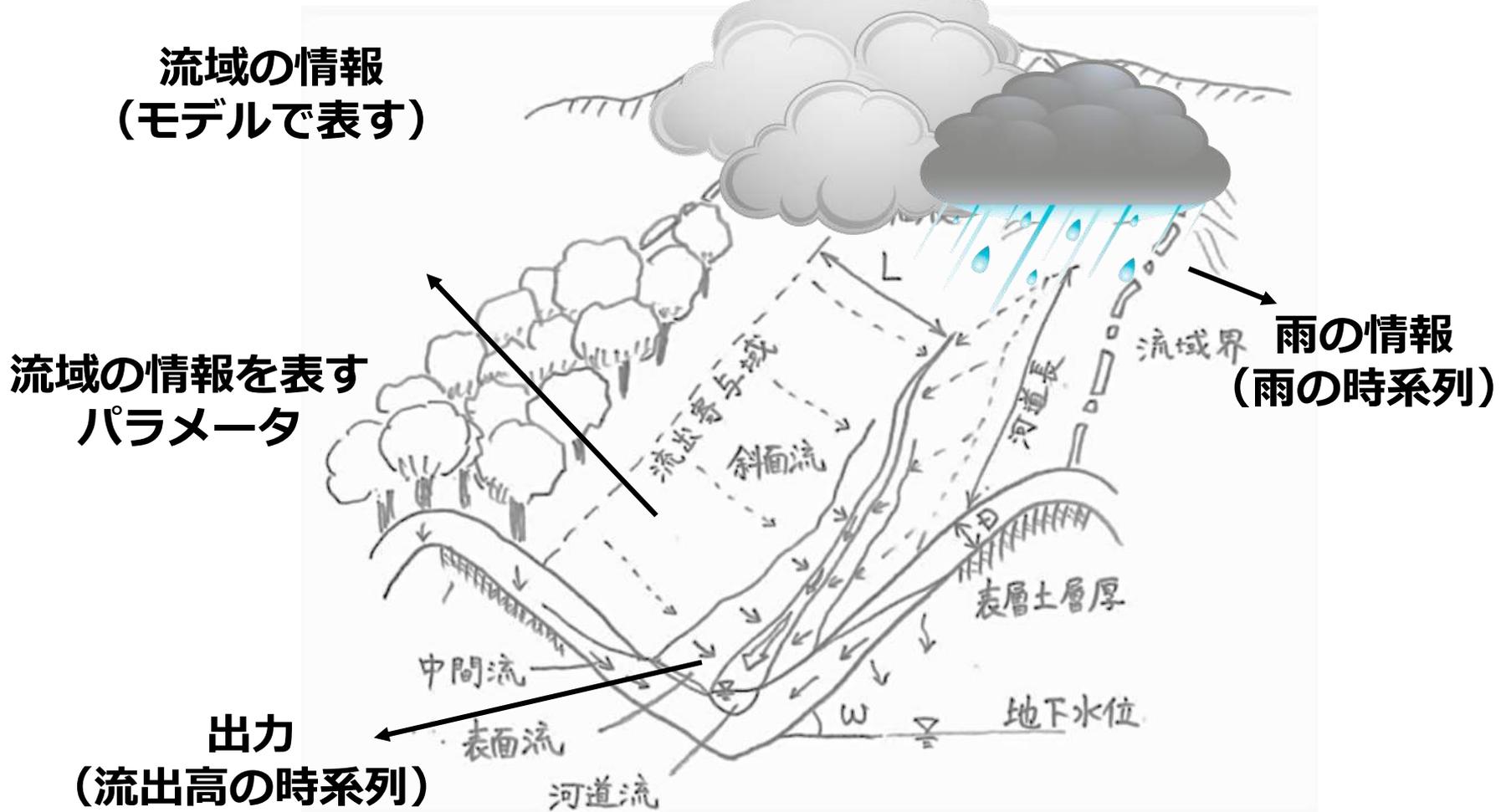
Gumbel分布: 観測値に対する適合度は低いが、信頼区間の範囲が狭い

一般化極値分布: 観測値に対する適合度は良いが、信頼区間の範囲が広い

図 利根川水系八斗島観測所における54年間分の年最大日降水量[mm/day]及びこれら54個の値を当てはめたGumbel分布(/一般化極値分布), 観測値を当てはめたGumbel分布(/一般化極値分布)の10,20,30,40,50,60,70,80,90,95,99%信頼区間 ※N: 観測値の総数

決定論的な降雨流出過程に関する既往研究

降雨流出過程の基本概念



降雨流出過程の模式図

参考) 呉、山田ら, 表面流の発生機構を考慮した斜面多層降雨流出計算手法に関する研究, 土木学会水工学論文集, Vol.47, pp.169-174, 2005.

決定論的な降雨流出過程に関する既往研究

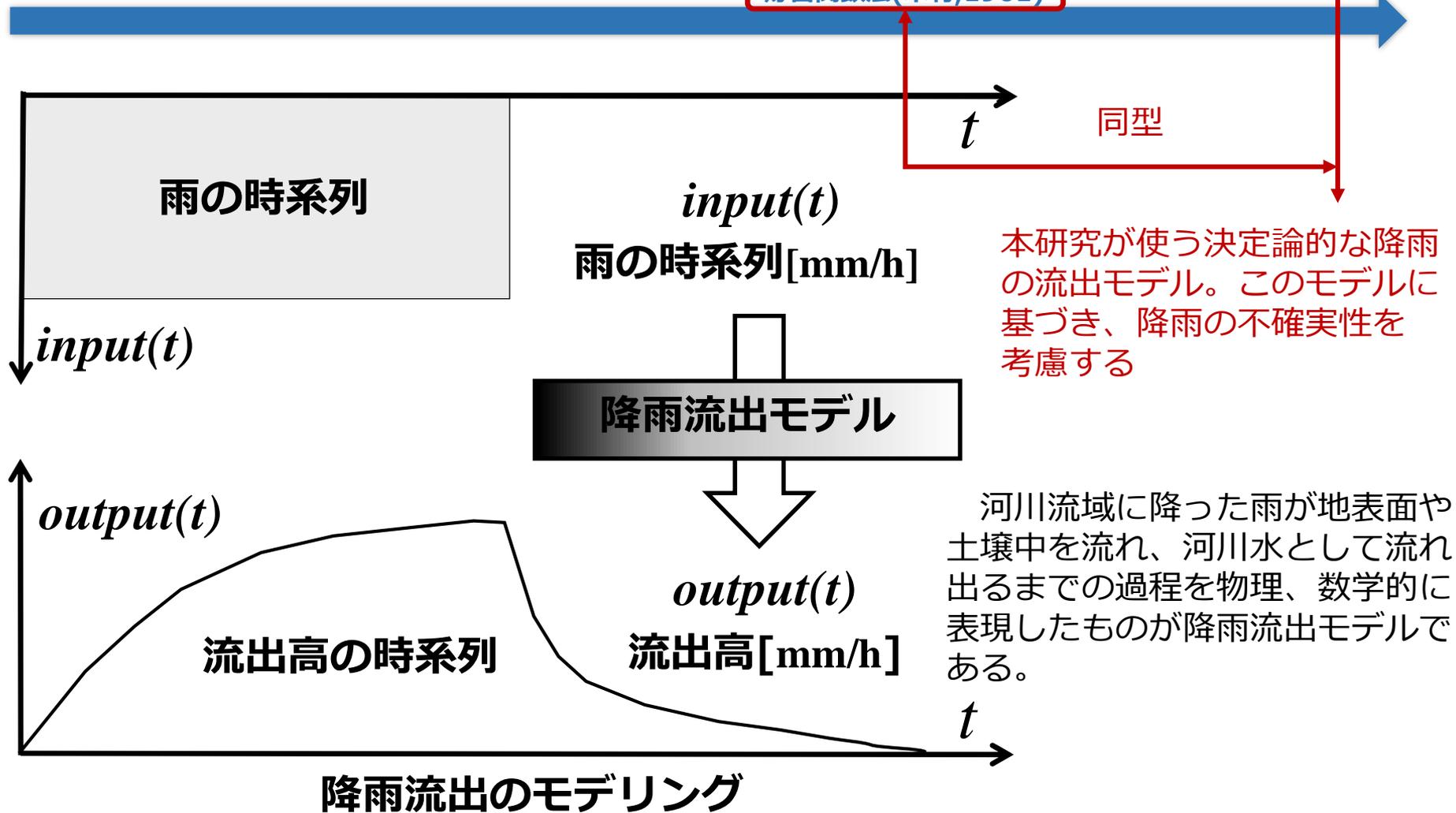
決定論的な降雨流出モデルの発展

降雨流出モデル

合理式 (Thomas, 1851) 単位図法 Sherman(1932)

kinematic wave法(末石, 1955)、
飽和・不飽和浸透モデル (Richards, 1931)
タンクモデル(菅原, 1969)、
貯留関数法(木村, 1961)

単一斜面における
降雨流出の基本式
(山田, 1981)

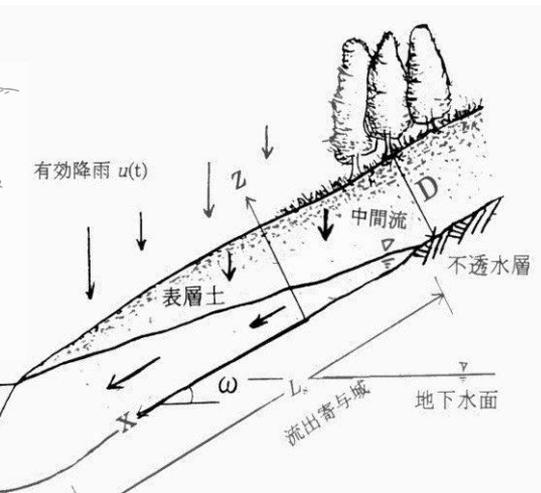
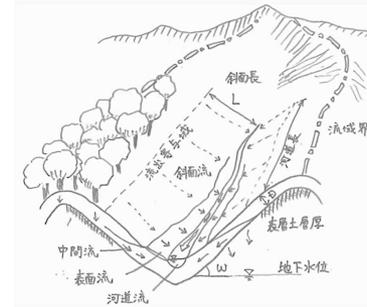


決定論的な降雨流出過程に関する既往研究

単一斜面における降雨流出の基本式の概要

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r_e(t)$$

$$v = \alpha h^m, \quad q = vh = \alpha h^{m+1}$$



単一斜面の模式図

連続式と運動則から $q(x,t)$ に関する偏微分方程式を得る

$$\frac{\partial q(x,t)}{\partial t} + (m+1)\alpha^{1/m} q(x,t)^{1/m} \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} = (m+1)\alpha^{1/m} q(x,t)^{1/m} r_e(t)$$

集中化

「直接流出は河道近傍のみから発生する」とすると、流出量は斜面長に比例すると考えることができる。

$$q(x,t) \cong xq_*(t)$$

斜面長 L の末端で考え $x=L$ とすると。

$$\frac{dq_*}{dt} = a_0 q_*^b (r_e(t) - q_*)$$

$$\alpha = \frac{k_s i}{D^{\gamma-1} w^\gamma} \quad \beta = \frac{m}{m+1}$$

$$a_0 = \frac{\beta}{1-\beta} \left(\frac{\alpha}{L} \right)^{1-\beta}$$

v : 断面平均流速[mm/h], h : 湛水深[mm]
 q : 単位幅流量[mm²/h], q_* : 流出高[mm/h]
 α, m : 流出パラメータ

決定論的な降雨流出過程に関する既往研究

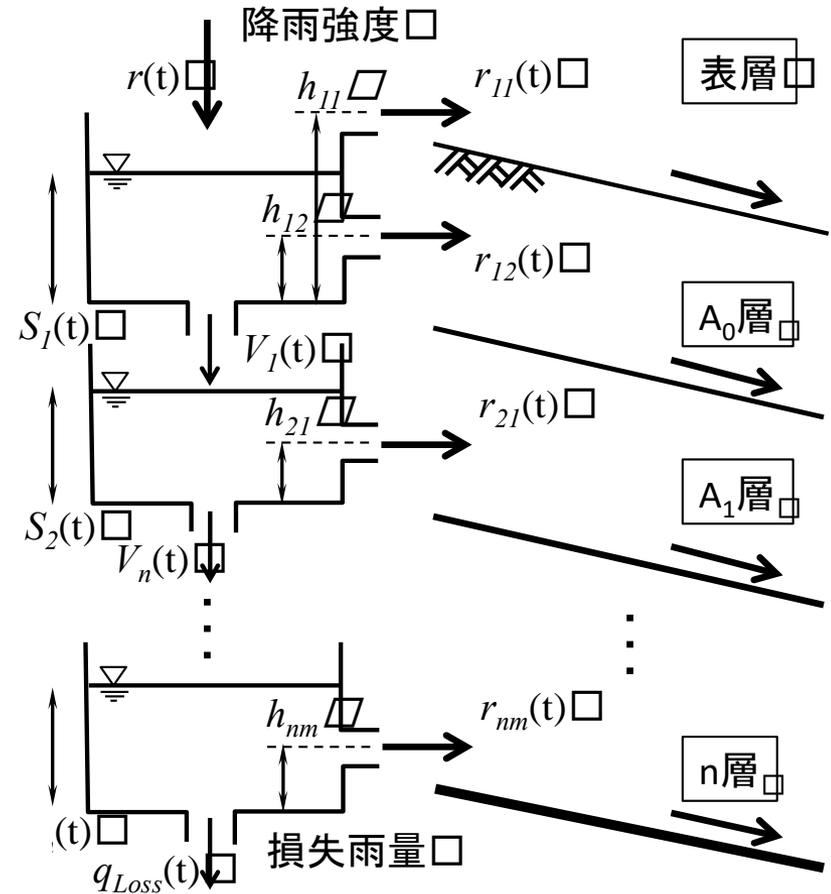
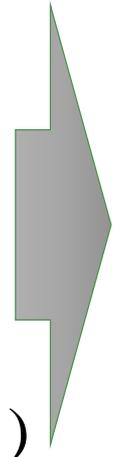
鉛直浸透機構を考慮した流出モデル

$$\frac{dq_{nm}}{dt} = a_{nm} q_{nm}^{b_{nm}} (r_{nm} - q_{nm})$$

$$\frac{ds_n}{dt} = V_{n-1} - r_{nm} - V_n$$

$$\begin{cases} \downarrow & r_{nm} = 0 & (s_n < h_{nm}) \\ \uparrow & r_{nm} = a_{nm} (s_n - h_{nm}) & (s_n \geq h_{nm}) \end{cases}$$

$$q_{Loss} = V_n = b_n s_n \quad \begin{array}{l} n: \text{土層の数} \\ m: \text{各層における流出孔} \end{array}$$



斜面計算: □

$$\frac{dq_{nm}(t)}{dt} = a_{nm} q_{nm}(t)^{b_{nm}} (r_{nm} - q_{nm}(t))$$

鉛直浸透機構を考慮した
流出計算手法の模式図

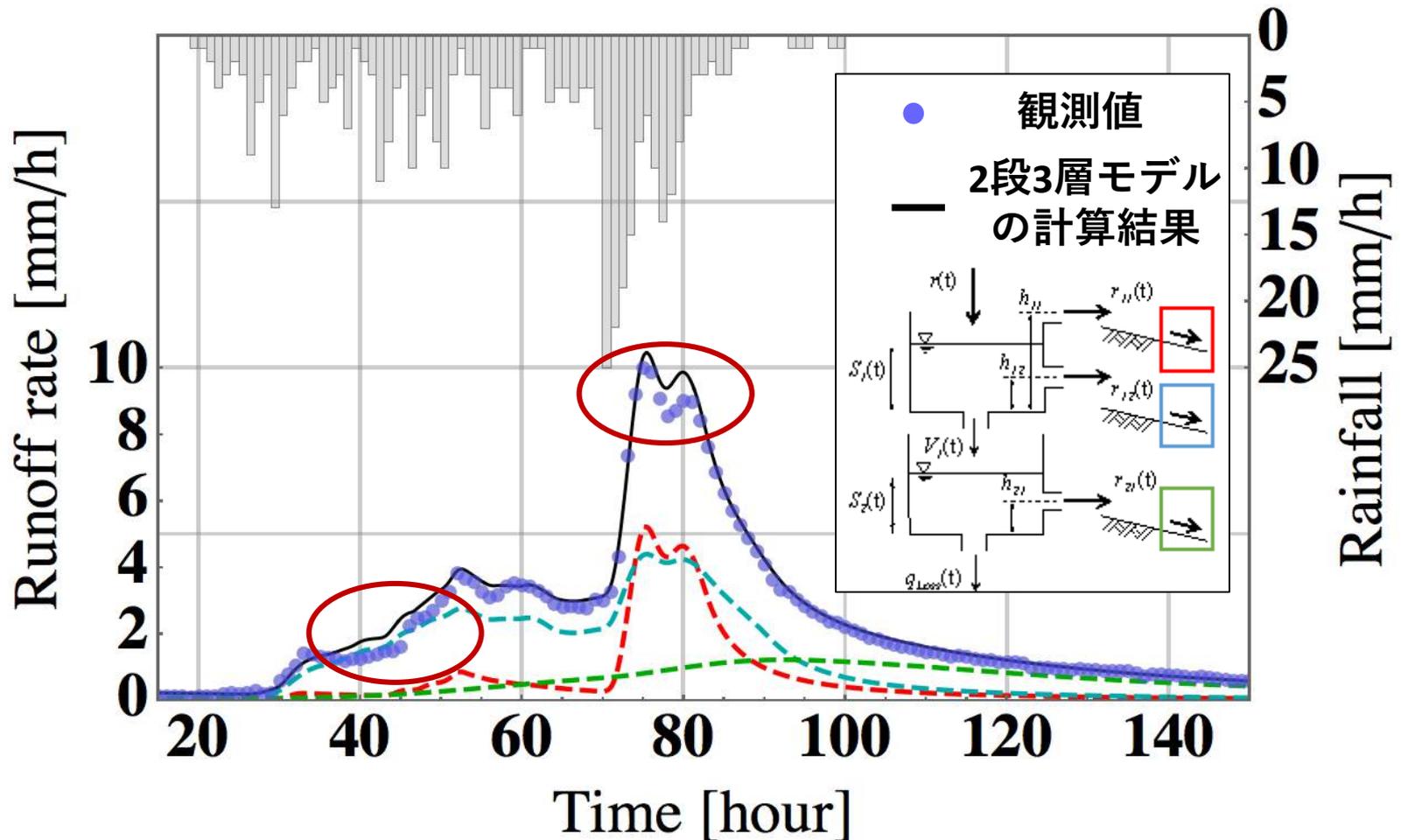
吉見,山田らによって、単一斜面における降雨流出の基礎式を鉛直浸透機構を考慮することで上のモデルに拡張した。拡張したモデルは流域の土壌の構造に応じてモデルの構造を調整できる。

簡単のため、鉛直浸透機構を考慮していない元の基本式は“1層モデル”と呼ぶ

参考) 吉見、山田,鉛直浸透を考慮した斜面内流出計算手法の提案, 土木学会論文集(2013)

決定論的な降雨流出過程に関する既往研究

鉛直浸透機構を考慮した流出モデル（2段3層）

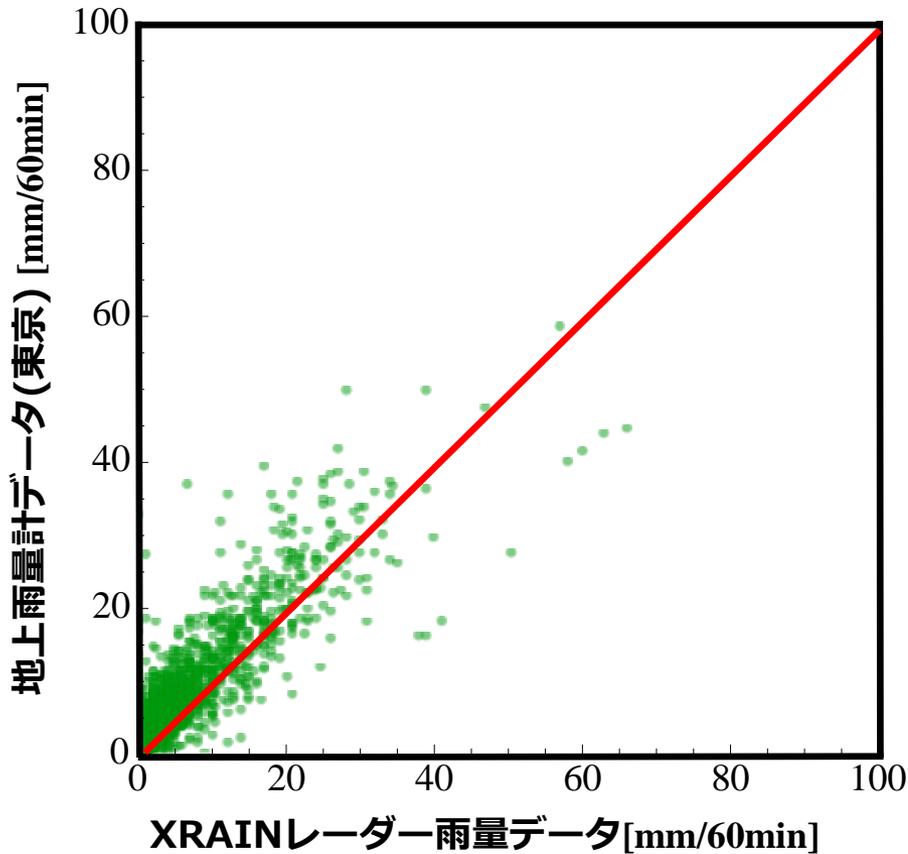


草木ダム洪水イベント1983-08-14

同じの洪水イベントに2段3層モデルを適用した結果：流出高の立ち上がり部分とピークの部分の再現はかなり良くなったことが分かった。

降雨の不確実性を考慮した流出計算手法

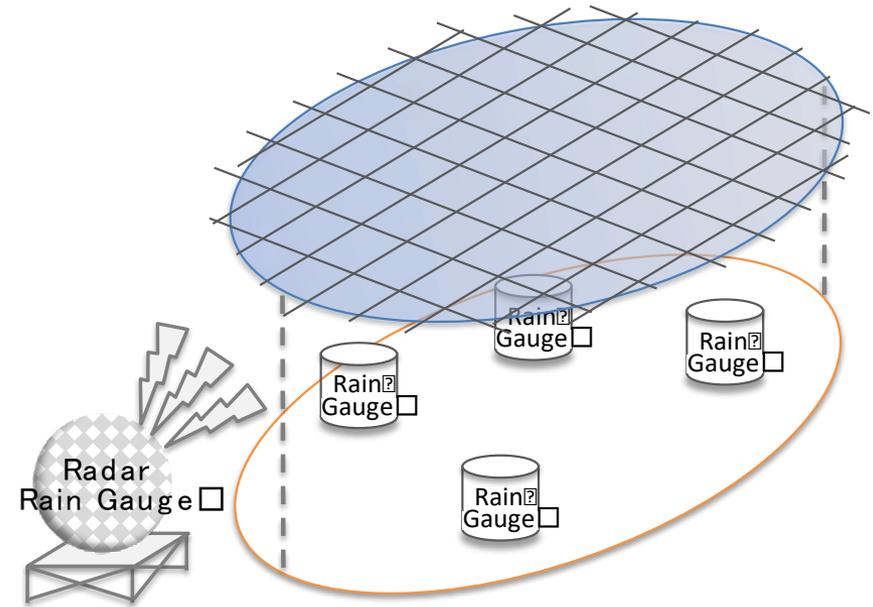
降雨の空間的な不確実性



XRAIN

時間分解能: 1 min

空間分解能: 250m×250m



XRAINレーダー観測システム

地上雨量データとXRAINレーダーのデータは**一致する必要がない!**

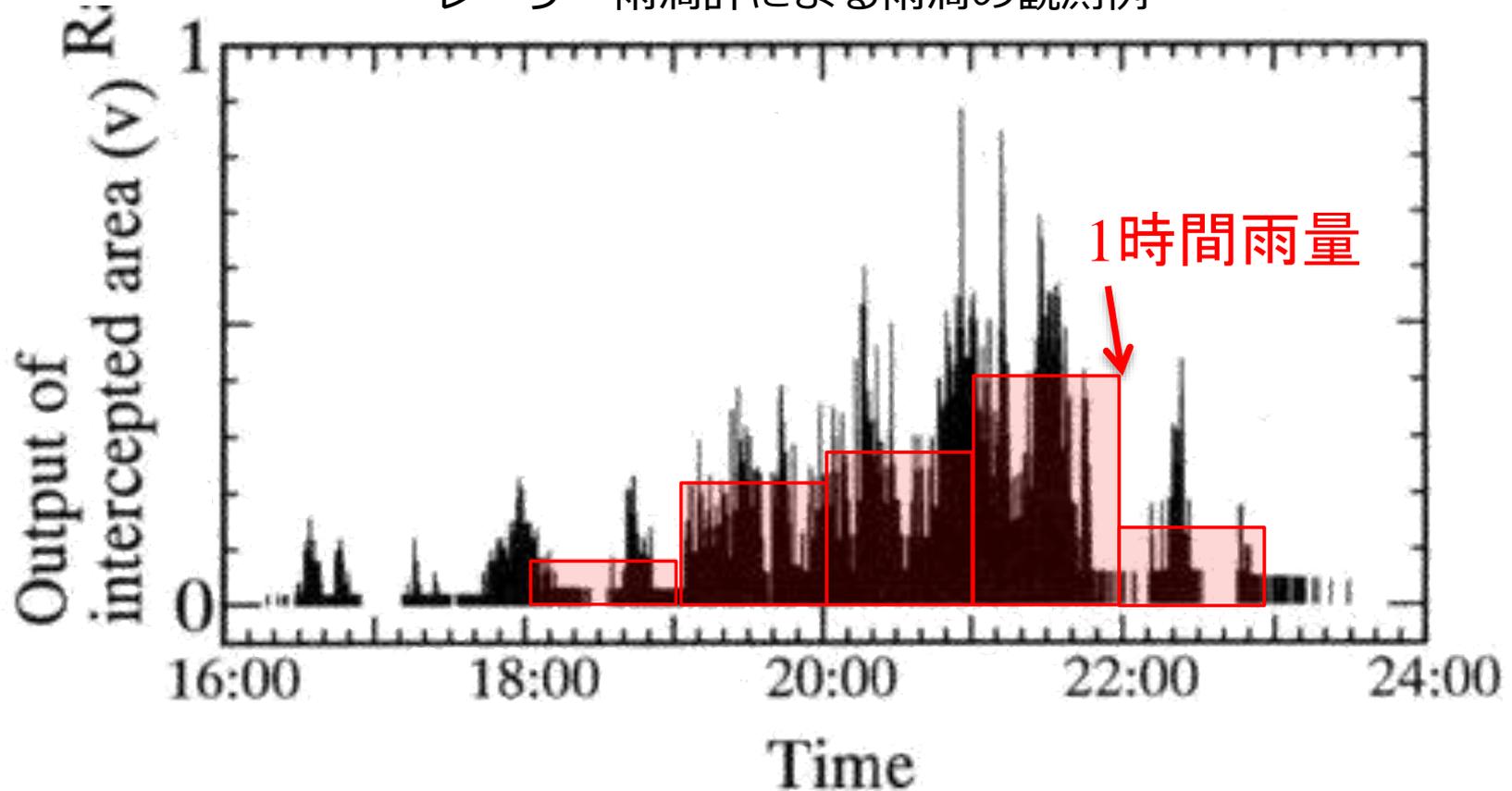
地上雨量計: **地面の点のデータ**

XRAINレーダー: **空中の面のデータ**

降雨の不確実性を考慮した流出計算手法

降雨の時間的な不確実性

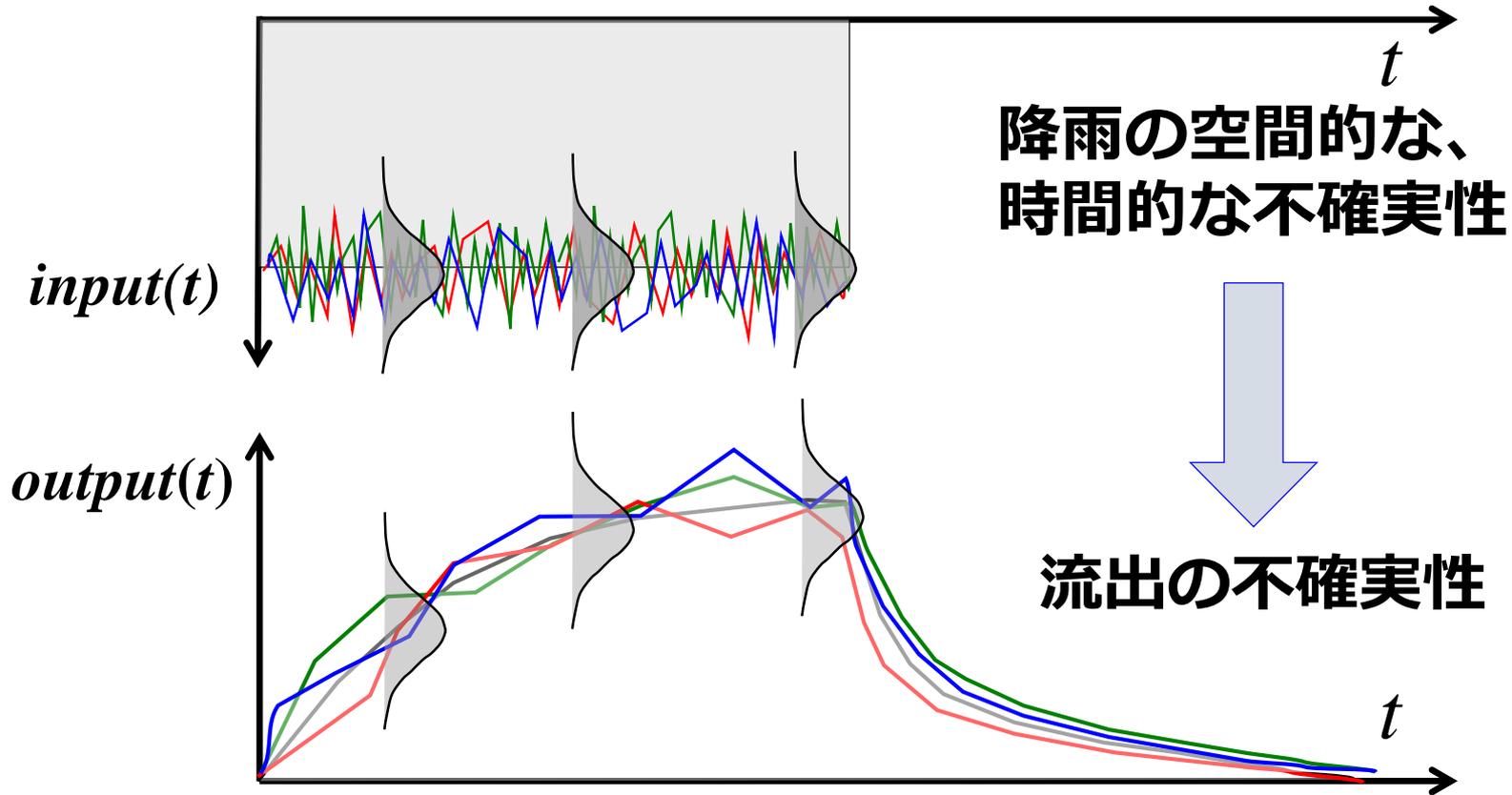
レーザー雨滴計による雨滴の観測例



レーザー雨滴計は非常に高い時間解像度で降雨を測ることができる。観測結果から雨量の瞬間値と時間平均値がふらついていることが分かる。

降雨の不確実性を考慮した流出計算

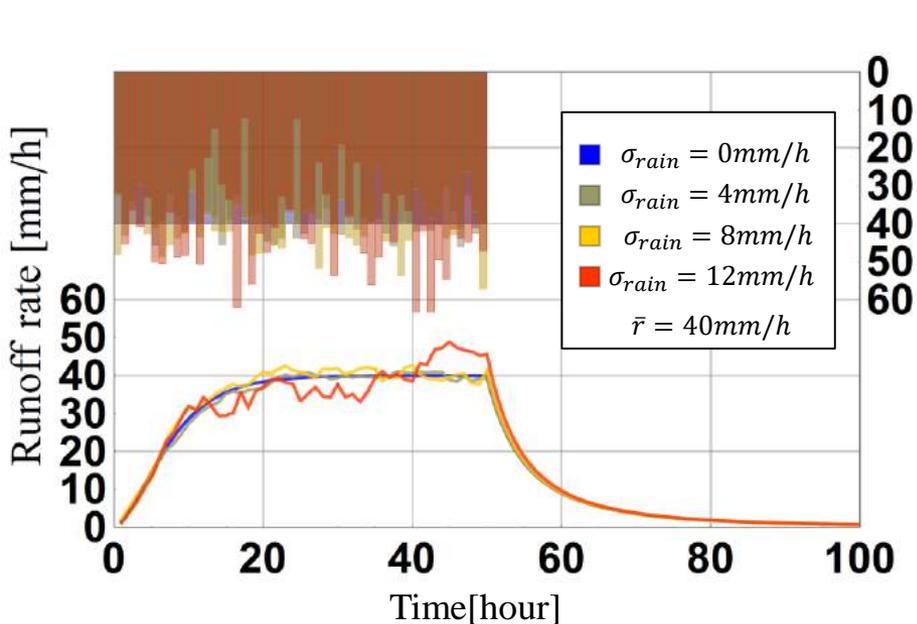
降雨の不確実性を考慮した流出計算



我々は**不確実な情報を用いて未来を予測せざるを得ない**。
その情報の不確実さはどのように**予測手法の中に反映させる**？

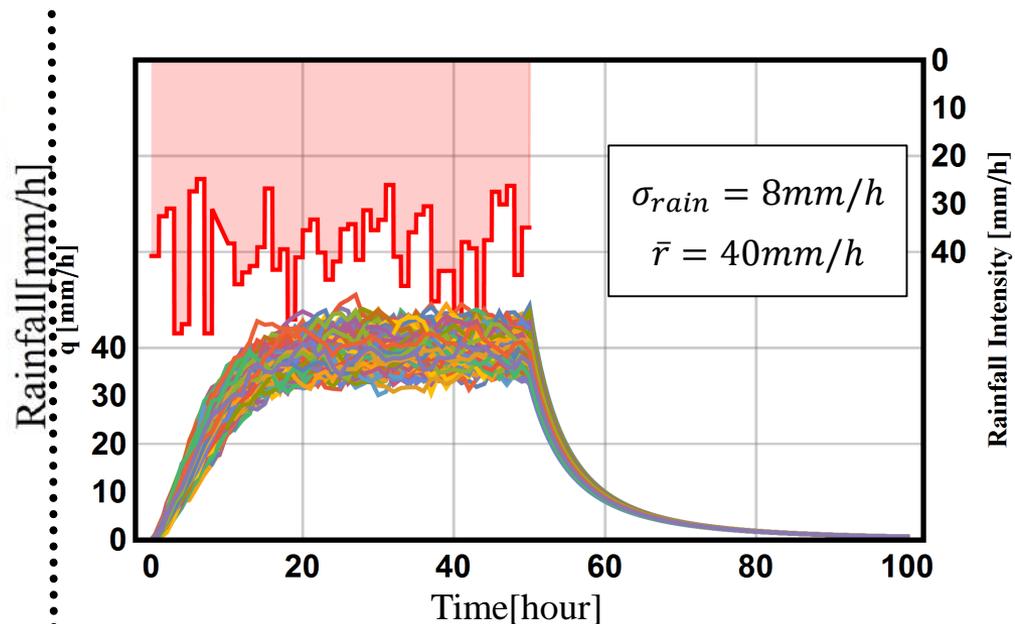
降雨の不確実性を考慮した流出計算

降雨の不確実性が流出に及ぼす影響



平均雨量が40mm/h,雨の標準偏差が0,4,8,12mm/hの降雨流出経過

平均雨量が一定、雨の不確実性の大きさ（雨の標準偏差で表す）が異なる時に、流出に及ぼす影響が異なる。雨の不確実性が大きいほど、流出の不確実性が大きくなる傾向が見える。



平均雨量が40mm/h,雨の標準偏差が8mm/hの降雨流出経過（5000回アンサンブル計算）

不確実性を有する降雨過程をアンサンブル手法で表現した。平均雨量が40mm/h,標準偏差が8mm/hの降雨過程を5000回生成し、生成した降雨過程を用いて、降雨流出計算をした結果、流出高も不確実性があることが分かった。

降雨の不確実性を考慮した流出計算

確率過程論を導入した降雨流出解析

Ito's Stochastic differential equation

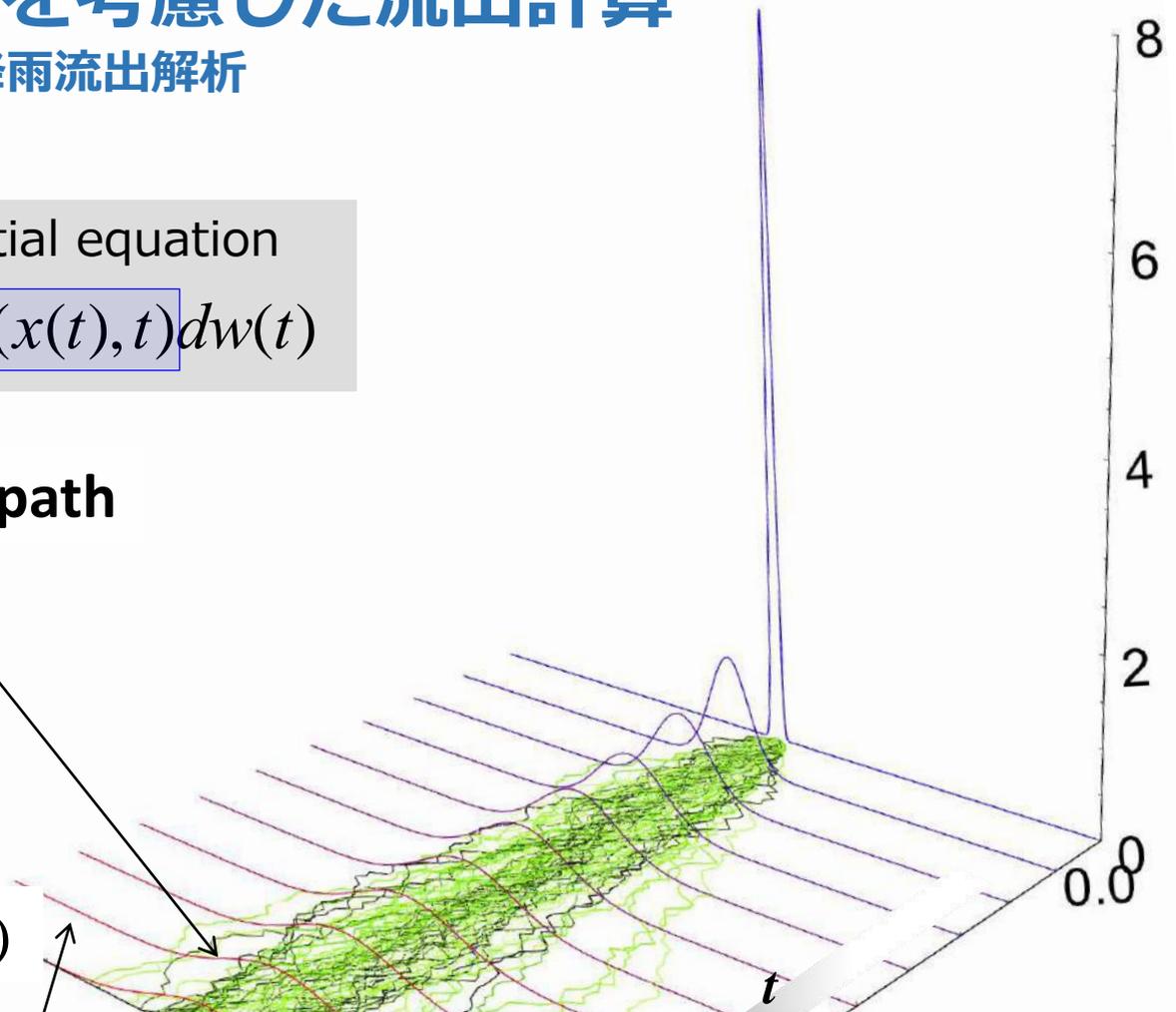
$$dx(t) = y(x(t), t)dt + z(x(t), t)dw(t)$$

one sample path

$p(x(t), t)$

Fokker-Planck equation

$$\frac{\partial p(x(t), t)}{\partial t} = - \frac{\partial [y(x(t), t)p(x(t), t)]}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 [z^2(x(t), t)p(x(t), t)]}{\partial x^2}$$



降雨の不確実性を考慮した流出計算

確率過程論を導入した降雨流出解析

ランジュバン方程式

$$\frac{dx}{dt} = y(x) + \zeta'(x, t)$$

Step 1 : システムの支配方程式にランダム成分を加えることにより, システムの不確実性を考慮する。

$$\frac{dq}{dt} = aq^b(\bar{r}(t) - q) + aq^b r'$$

伊藤の確率微分方程式

$$dx(t) = y(x(t), t)dt + \sigma(x(t), t)dw$$

Step 2 : そのランダム成分を拡散係数かける標準ウィーナ過程の形式に書き換える

$$dq = aq^b(\bar{r}(t) - q)dt + \sigma\sqrt{T_L}dw$$

Fokker-Planck 方程式

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial y(x)P(x, t)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \sigma^2 P(x, t)}{\partial x^2}$$

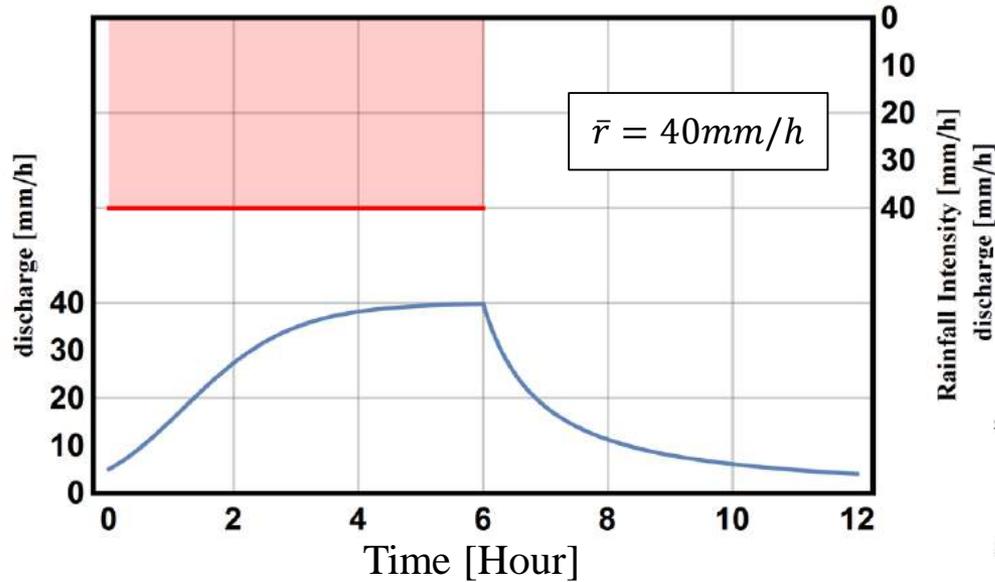
Step 3 : 確率密度関数の支配方程式が得られる。

$$\frac{\partial P(q)}{\partial t} + \frac{\partial aq^b(\bar{r}(t) - q)P(q)}{\partial q} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (aq^b \sigma\sqrt{T_L})^2 P(q)}{\partial q^2}$$

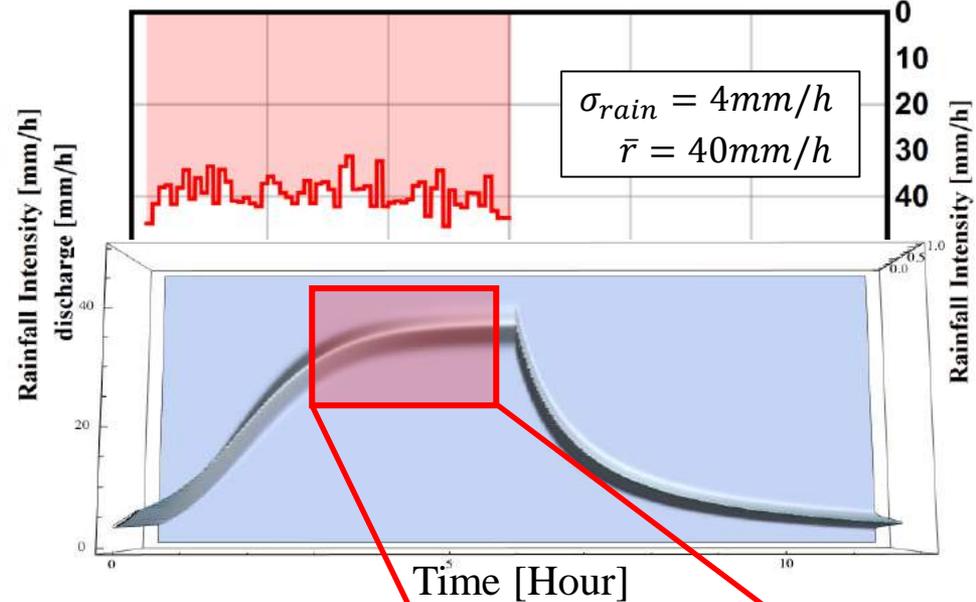
降雨の不確実性を考慮した流出計算

確率過程論を導入した降雨流出解析

決定論の場合



降雨の不確実性を考慮した場合

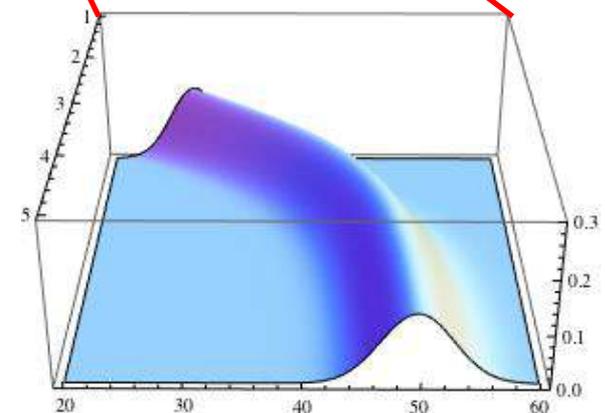


決定論的な降雨流出
過程の支配方程式

$$\frac{dq}{dt} = aq^b(\bar{r}(t) - q)$$

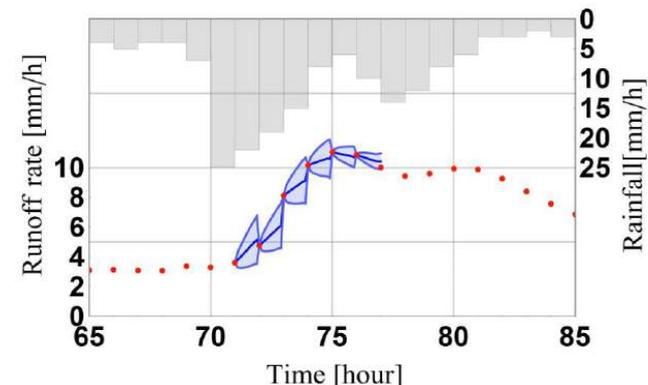
Fokker-Planck方程式

$$\frac{\partial P(q, t)}{\partial t} = - \frac{\partial aq^b(\bar{r}(t) - q)P(q, t)}{\partial q} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (aq^b \sigma \sqrt{T_L})^2 P(q, t)}{\partial q^2}$$

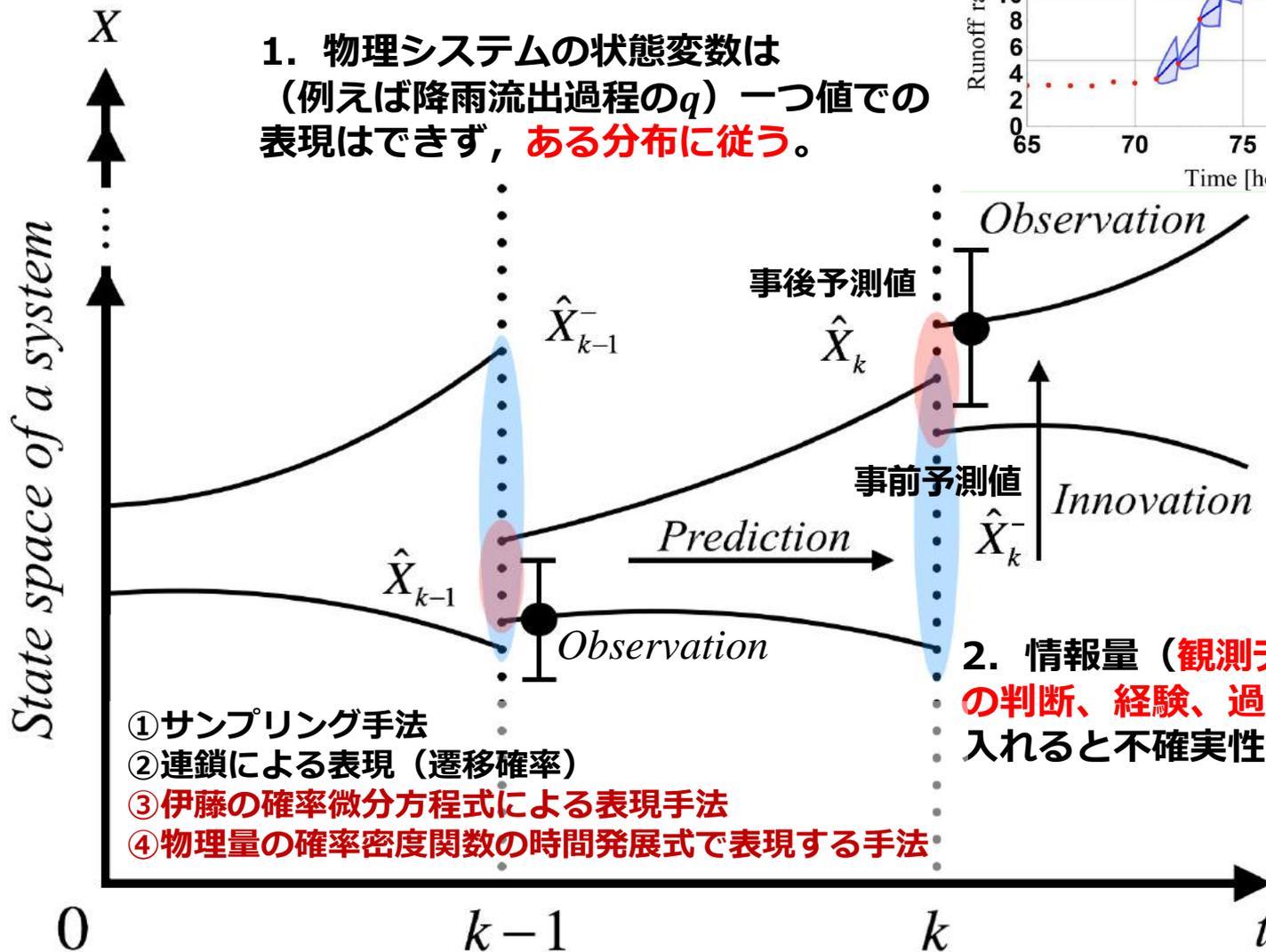


不確定要素を考慮した流出予測

不確定要素を考慮した予測手法の考え方



1. 物理システムの状態変数は
(例えば降雨流出過程の q) 一つ値での
表現はできず、**ある分布に従う**。



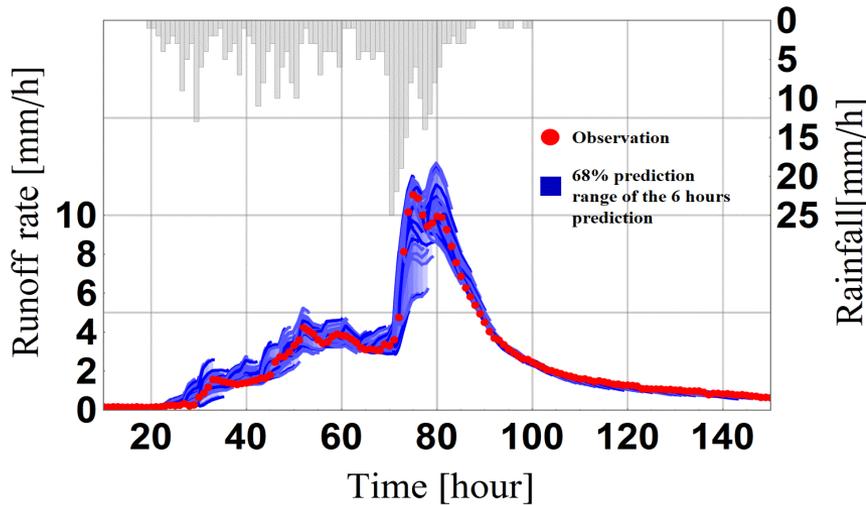
2. 情報量 (観測データ、専門家の判断、経験、過去のデータ) を
入れると不確実性が減る。

- ① サンプリング手法
- ② 連鎖による表現 (遷移確率)
- ③ 伊藤の確率微分方程式による表現手法
- ④ 物理量の確率密度関数の時間発展式で表現する手法

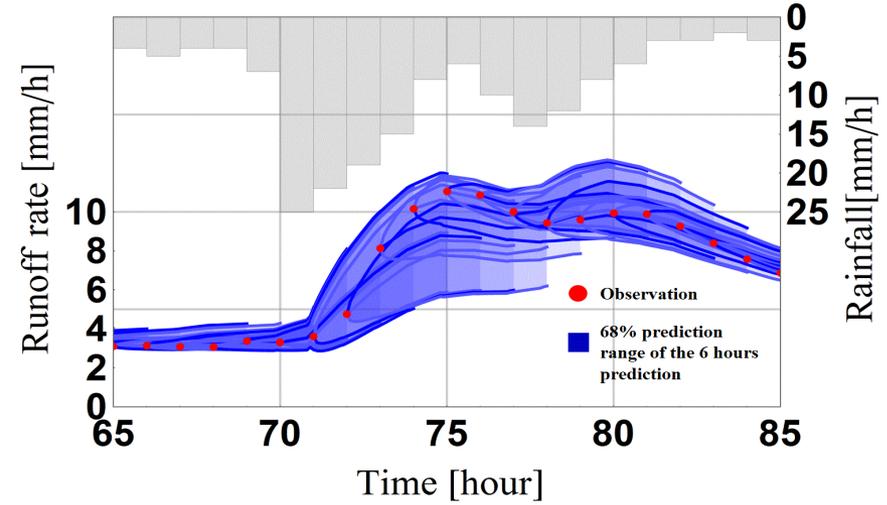
フィルタリング理論に基づく予測手法の考え方

Fokker-Planck方程式に基づくフィルタ

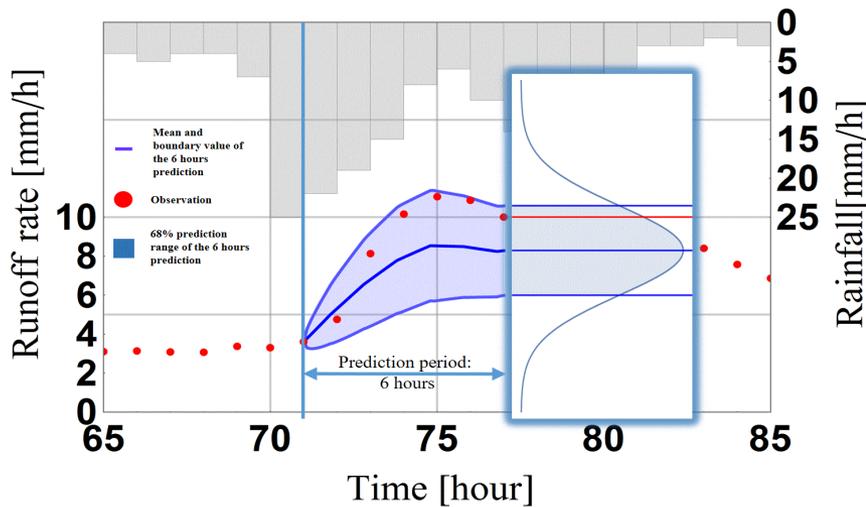
草木ダム流域への適用例



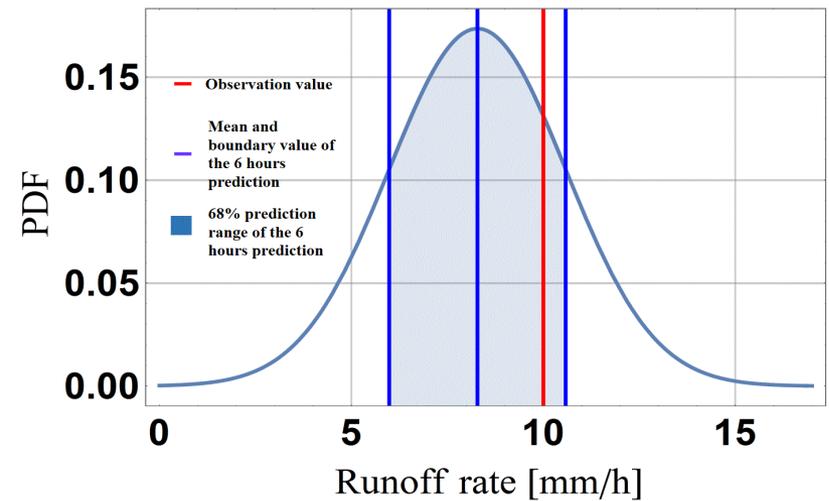
(a) 1983-08-14 rainfall event



(b) Details around the peak time



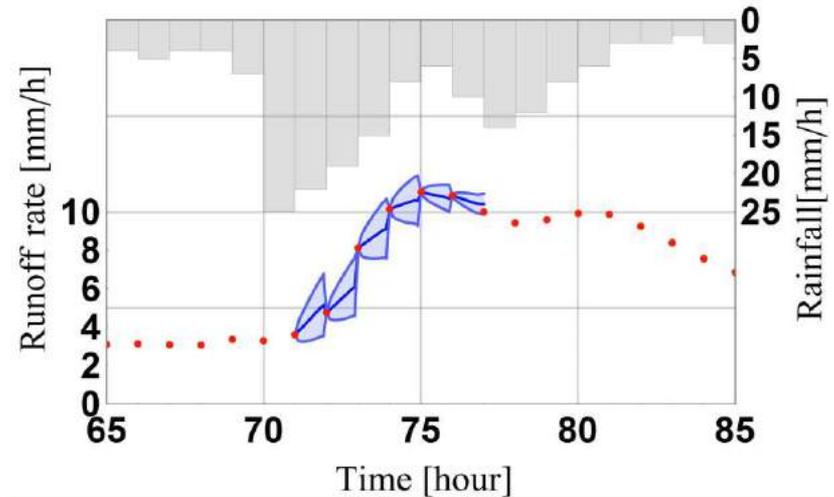
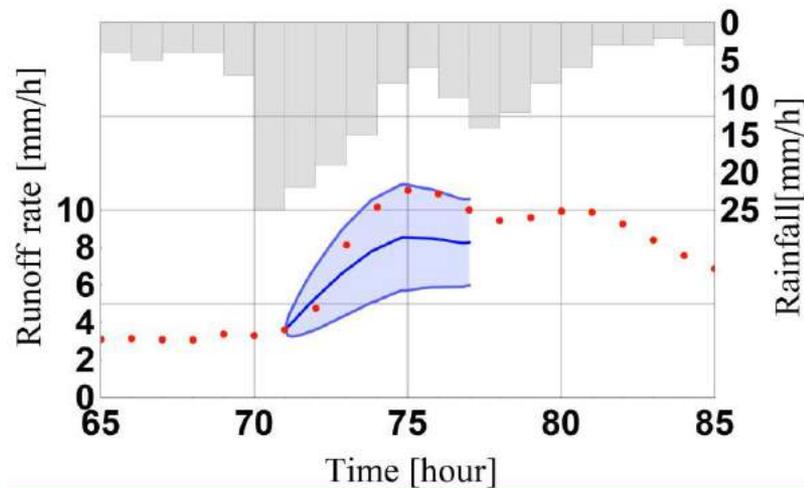
(c) The 6 hours prediction range of runoff rate at time 73 hour



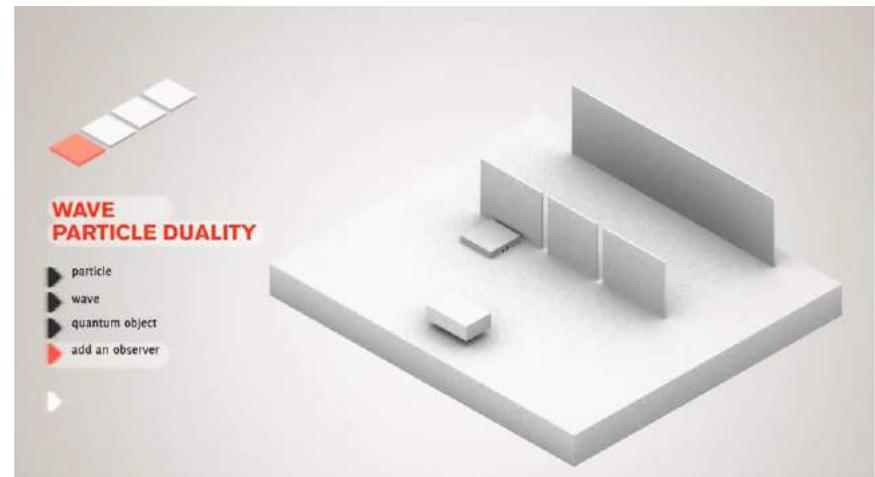
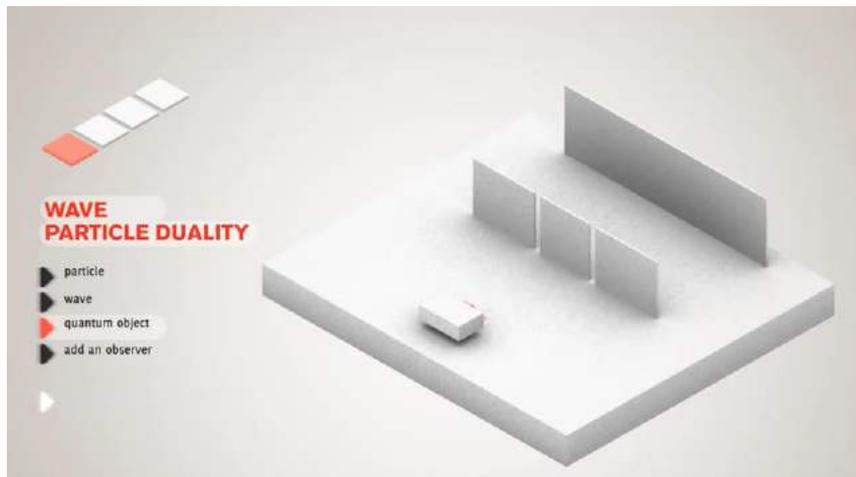
(d) The 6 hours prediction pdf of the runoff rate at time 73 hour

不確実性を考慮した予測理論と量子力学の関係

不確実性を考慮した予測理論と量子力学の関係 (観測値の効果と波束の収縮)



不確実性を有する物理システムの予測理論



量子システム(Double-Slit Experiment)

不確定要素を考慮した流出予測

リスク管理

リスク管理の中で最も重要な課題は被害が発生する確率を算定すること



不確実性を有する物理システムの予測

